

Дергачёв Максим Алексеевич, глядя на доску, где был написан матан-3: Ух ты, рядосики. Даже стирать не хочется. А не знаете, кто писал? Почерк кайфовый. Вообще кафмат... там есть коварные преподы. Например, Денис Коняев. Знаете?
 Группа нараспеев: Дениииис Коняааев!
 М.А.: А знаете, сколько ему лет? (молчание) Самое обидное, что мы с ним ровесники. Но у меня есть пузо и борода, поэтому я лет на 5 старше.

(11, 42). Определить зависимость плотности и давления идеального газа от высоты над уровнем моря в однородном поле силы тяжести при постоянной температуре.

Вы скажете: эээ, так мы это уже решали на молекуле во 2-м семестре!
 Решали, да. Но теорфиз бывает полезный и бесполезный. Полезный – это когда мы сложными расчётами получаем то, чего раньше не знали.
 Бесполезный (он же говнарство) – когда мы сложной теорией решаем уже решённую простую задачу. К сожалению, курс ТД в 7-м семе во многом из этого говнарства состоит. Преподаватели будут требовать от вас «теорфизного», сложного решения, а вовсе не простого общефизного.
 Обратите внимание на двойной номер задачи: 11 и 42. Это не случайно, потому что в курсе ТД в 7-м семе задача решается два раза: в сентябре, по общефизному (под номером 11) и по-теорфизному, с использованием продвинутой формулы (под номером 42). Естественно, на коллоквиуме преподаватели будут спрашивать продвинутое решение (которое как бы считается задачей №42).

Здесь нужно вспомнить ту самую продвинутую формулу:

$$\mu + u = \text{const}$$

Для распределений чего-либо в потенциале $u(\mathbf{r})$. μ – химпотенциал, т.е.

$\left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{p,\theta}$. Найдём энергию Гиббса для идеального газа:

$$G = U + pV - \theta S$$

$$G = \frac{5}{2}pV + pV - \theta S = \frac{7}{2}pV - \theta S = \frac{7}{2}N\theta - \theta S = \theta \left(\frac{7}{2}N - S \right)$$

(считаем газ двухатомным с $i=5$)

S найдём из первого начала:

$$\theta dS = NC_V d\theta = \frac{5}{2}Nd\theta$$

$$dS = \frac{5N}{2} d\ln\theta$$

$$S = S_0 + \frac{5N}{2} \ln\theta$$

Тогда

$$G = \theta \left(\frac{7}{2}N - S_0 - \frac{5N}{2} \ln\theta \right)$$

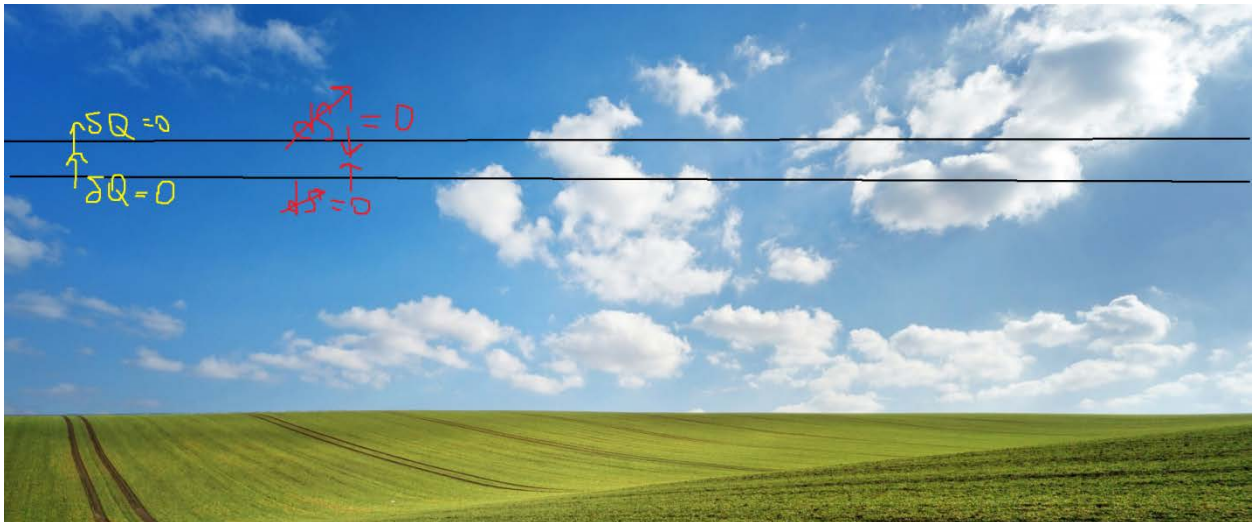
$$\left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{p,\theta} = \theta \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2} \ln \theta\right)$$

Т.е. химпотенциал не зависит от высоты, т.к. температура постоянна! Значит, т.к. $\mu + u = \text{const}$. $u = \text{const}$.

Ну а u – давление, действующее на данный слой. Это $\frac{\partial \rho}{\partial z} * g / \rho$ – разница давлений $\rho(z+dz)$ сверху и $\rho(z)$ снизу. Откуда взялось ρ в знаменателе? Потому что мы получаем давление на единицу массы, а нам нужно в формуле $\mu + u = \text{const}$ (чтобы она работала) для u иметь именно **объёмную** плотность энергии, а не массу.

Получаем $\frac{d\rho}{dz} \rho = \text{const} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = dz \Rightarrow d \ln \rho = dz \Rightarrow \rho = e^{-z}$. Ч.т.д.

Допвопрос (и заодно задача... №10, кажется?), который вам могут задать (мне вот задали): то же самое, только атмосфера не изотермическая, а адиабатическая. Т.е. отсутствует теплообмен между соседними слоями воздуха.



В этом случае формулу $\left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{p,\theta} + u = \text{const}$, которая верна только для изотермической атмосферы, заменить на $\left(\frac{\partial H}{\partial N}\right)_{p,\theta} + u = \text{const}$. Почему так?

Потому что для энергии Гиббса G температура θ является естественной переменной, а вот энтропия будет естественной переменной для энтальпии H :

$$dH = \theta dS + V dp$$

$$dG = -S d\theta + V dp$$

Т.е. надо будет вместо G идеального газа считать энтальпию H идеального газа. Прodelайте выкладки сами, там аналогично.